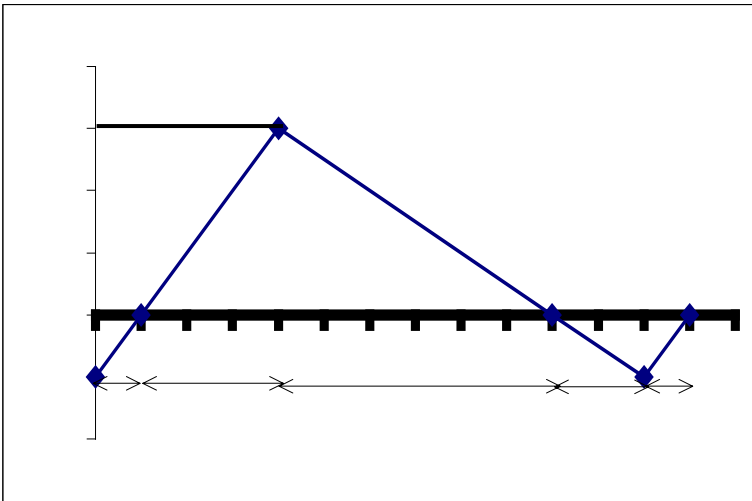


## תרגול III - מזדלים בסיסיים של מלאי

**מטרה:**מזעור עלות ליחידת זמן  $TC(Q,b)$ **סימונים:**

D - קצב ביקוש יח' ליח' זמן

P - קצב ייצור יח' ליח' זמן

i - ריבית ליחידת זמן

c - עלות ליחידת פריט יח' כסף

h - עלות אחזקת יחידת מלאי ליחידת זמן:

 $h = i \times c$  יח' כסף ליח' ליח' זמן

A - עלות קבועה (לעריכה או להזמנה) יח' כסף

 $\hat{\pi}$  - עלות חוסר ליחידה ליחידת זמן יח' כסף ליח' ליח' זמן $\pi$  - עלות חוסר ליחידה, ללא תלות במשך החוסר יח' כסף ליח'**משתני החלטה:**

Q - גודל מנת ייצור [יחידה].

T - אורך המחזור [יחידת זמן].

b - חוסר מקסימלי במחזור [יחידה].

 $I_{\max}$  - מלאי מקסימלי [יחידה]. $\Leftarrow$ 

פונקציית עלות למחזור = עלות קבועה + עלות ייצור + עלות מלאי + עלות חוסר משתנה + עלות חוסר קבועה =

$$A + c * Q + h * \int I + \hat{\pi} \int b + \pi * b$$

$$\frac{I_{\max}}{P-D} + \frac{b}{P-D} = t_1 + t_2 = \frac{Q}{P} \Rightarrow I_{\max} = \frac{Q(P-D)}{P} - b = Q(1 - D/P) - b = \text{מלאי מקסימלי}$$

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = \frac{Q}{P} + \frac{I_{\max} + b}{D} = \frac{Q}{P} = \text{זמן מחזור} = (\text{זמן ייצור} + \text{זמן ביקוש})$$

(מלאי ממוצע = שטח המלאי לחלק בזמן מחזור. חוסר ממוצע = שטח חוסר לחלק לזמן מחזור.)

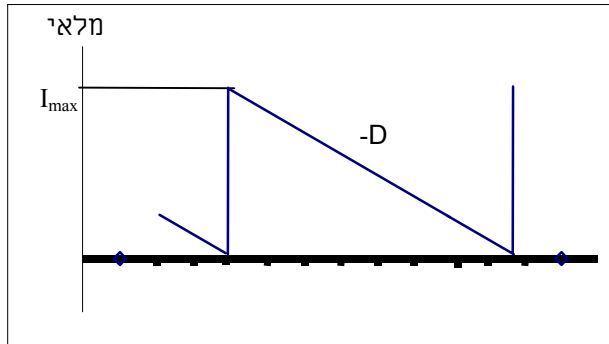
$$TC(Q,b) = \frac{A * D}{Q} + c * D + \bar{I} * h + \bar{b} * \hat{\pi} + \frac{b * \pi * D}{Q} = \text{זמן מחזור} / \text{עלות למחזור} = \text{עלות ליחידת זמן}$$

נציב מלאי ממוצע ונקבל:

$$TC(Q,b) = \frac{A * D}{Q} + c * D + \frac{[Q(1 - D/P) - b]^2}{2Q * (1 - D/P)} * h + \frac{b^2}{2Q * (1 - D/P)} * \hat{\pi} + \frac{b * \pi * D}{Q}$$

$$TC(Q) = \frac{A * D}{Q} + c * D + \frac{Q(1 - D/P)}{2} * h \quad \text{במקרה בו חוסר אסור נקבל:}$$

כדי למצוא כמות ייצור אופטימלית וחוסר אופטימלי עלינו לגזור את פונקציית העלות ולהשוות לאפס.

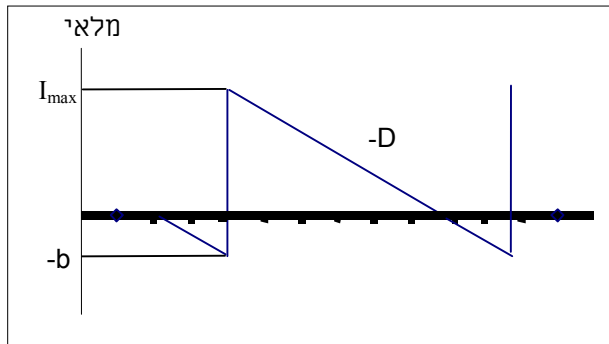


א. הזמנה, חוסר אסור.

$$b=0, P=\infty$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * A * D}{h}}$$

$$TC(Q^*) = c * D + \sqrt{2 * A * D * h}$$

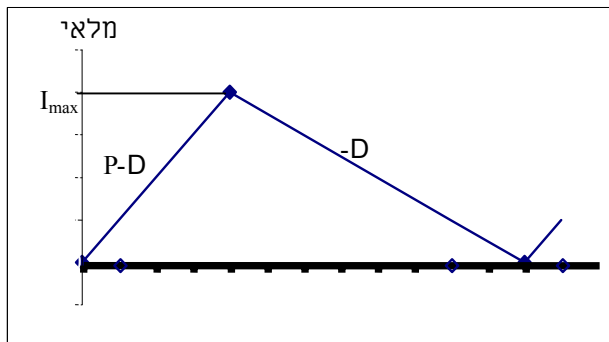


ב. הזמנה, חוסר מותר.

$$P=\infty$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * A * D}{h} - \frac{(\pi * D)^2}{h * (h + \hat{\pi})}} * \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}}$$

$$b^* = \frac{(h * Q - \pi * D)}{h + \hat{\pi}}$$



ג. ייצור, חוסר אסור.

$$b=0, P \neq \infty$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * A * D}{h * (1 - \frac{D}{P})}}$$

$$TC(Q^*) = c * D + \sqrt{2 * A * D * h * (1 - \frac{D}{P})}$$

ד. ייצור, חוסר מותר.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * A * D}{h * (1 - \frac{D}{P})} - \frac{(\pi * D)^2}{h * (h + \hat{\pi})}} * \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}}$$

$$b^* = \frac{(h * Q - \pi * D) * (1 - \frac{D}{P})}{h + \hat{\pi}}$$

עלות עבור מדיניות אופטימלית בלבד למקרה בו  $\pi = 0$ :

$$TC(Q^*, b^*) = c * D + \sqrt{\frac{2 * A * D * h * (1 - \frac{D}{P}) * \hat{\pi}}{h + \hat{\pi}}}$$

**תרגיל כיתה:**

מפעל מייצר מוצרים עבורם נתון:  $\pi=0.25$  דולר ליחידה,  $D=650$  יחידות לחודש,  $A=160$  דולר,  $c=5$  דולר ליחידה,  $P=31200$  יחידות לשנה, עלות חוסר משתנה 1 דולר ליחידה לשנה ( $\hat{\pi}$ ),  $i=0.3$  ליחידת זמן.

אם המפעל מייצר מנות בנות 2500 יחידות כל אחת, מהו החוסר האופטימלי ומהי העלות השנתית הנובעת ממדיניות זו?

נתון  $TC(Q,b)$  צ"ל  $Q=2500$  [unit]:

שלב 1 - העברת הנתונים ליחידות זהות (שנה)  $D=12*650=7800$

שלב 2 - מציאת עלות יחידת מלאי -  $h=i*c=0.3*5=1.5$

שלב 3 - חישוב  $b^*$ :

$$b^* = \frac{(h * Q - \pi * D) * (1 - \frac{D}{P})}{h + \hat{\pi}} = \frac{(1.5 * 2500 - 0.25 * 7800) * (1 - \frac{7800}{31200})}{1.5 + 1} = 540$$

שלב 4 - חישוב TC:

$$TC(Q,b) = \frac{A * D}{Q} + c * \lambda + \frac{[Q(1 - D/P) - b]^2}{2Q * (1 - D/P)} * h + \frac{b^2}{2Q * (1 - D/P)} * \hat{\pi} + \frac{b * \pi * D}{Q}$$

$$TC(2500,540) = 998.35 + c * D$$

ב. כמה כסף יוכל המפעל לחסוך אם יעבוד לפי מדיניות אופטימאלית?

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * A * D}{h * (1 - \frac{D}{P})} - \frac{(\pi * D)^2}{h * (h + \hat{\pi})}} * \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}} = \sqrt{\frac{2 * 160 * 7800}{1.5 * (1 - \frac{7800}{31200})} - \frac{(0.25 * 7800)^2}{1.5 * (1.5 + 1)}} * \sqrt{\frac{1.5 + 1}{1}} = 1735.4$$

מאחר ואנו עובדים עם פריטים שלמים יש לעגל. מעגלים לרוב למעלה (ניתוח רגישות)  $Q^*=1735$

$$b^* = \frac{(h * Q - \pi * D) * (1 - \frac{D}{P})}{h + \hat{\pi}} = \frac{(1.5 * 1736 - 0.25 * 7800) * (1 - \frac{7800}{31200})}{1.5 + 1} = 196.2 \xrightarrow{\text{לקרוב בינוני}} 196$$

$$TC(1736,196) = 954.45 + c * D$$

$$TC(2500,540) - TC(1736,196) = 998.35 + c * D - 954.45 - c * D = 43.9 \approx 44 \text{ חיסכון.}$$

החיסכון מהווה כ- 4.4% מהעלות ללא המרכיב הקבוע וכ- 0.11% מהעלות עם המרכיב הקבוע.

ג. אם המפעל מזמין מנות בנות 2500 יחידות כל אחת, מה החוסר האופטימאלי ומה העלות השנתית הנובעת

ממדיניות זו?

$$b^* = \frac{(h * Q - \pi * D)}{h + \hat{\pi}} = \frac{(1.5 * 2500 - 0.25 * 7800)}{1.5 + 1} = 720 \leq P = \infty, Q = 2500$$

$$TC(Q,b) = \frac{A * D}{Q} + c * D + \frac{[Q - b]^2}{2Q} * h + \frac{b^2}{2Q} * \hat{\pi} + \frac{b * \pi * D}{Q}$$

$$TC = \frac{160 * 7800}{2500} + c * D + \frac{[2500 - 720]^2}{2 * 2500} * 1.5 + \frac{720^2}{2 * 2500} * 1 + \frac{720 * 0.25 * 7800}{2500} = 2115 + c * D$$

**נקודת הזמנה**

לצורך ייצור מוצר מסוים נדרשים חומרי גלם מסוימים. עבור כל חומר גלם משך הזמן מרגע הזמנתו ועד להגעתו הוא זמן אספקה. אנו רוצים לבדוק באיזו רמת מלאי של המוצר הסופי עלינו להזמין את חומרי הגלם, כדי לעמוד בכמויות האופטימליות של ייצור וחוסר.

סימונים:

$\tau$  - זמן אספקה או (lead-time) LT. זמן בין ביצוע הזמנה לבין קבלת הסחורה [י"ז]

$r$  - כמות במלאי בעת ביצוע ההזמנה [יחידה]

$T$  - זמן מחזור [י"ז]

$m$  - מספר מחזורים שלמים בזמן האספקה  $m = \left\lfloor \frac{\tau}{T} \right\rfloor$

$\tau_r$  - השארית: הזמן מחילול הזמנה ועד הגעת הזמנה כלשהי [י"ז]  $\tau_r = \tau - m * T$

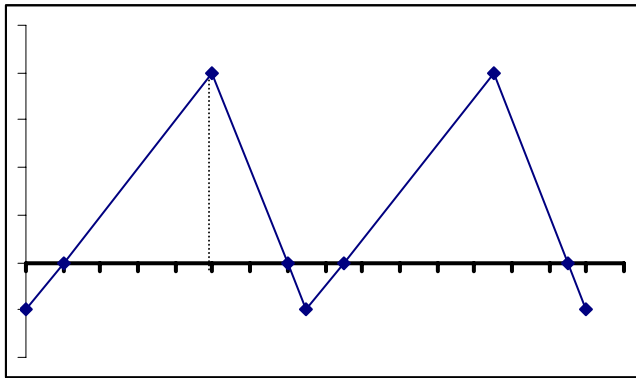
בעת חישוב  $r$  יש להתייחס לשני מקרים:

$$\tau_r < t_3 + t_4 \quad (1)$$

משמע שנקודת הזמנה מתבצעת לא בעת ייצור.

$$\tau_r > t_3 + t_4 \quad (2)$$

משמע שנקודת הזמנה מתבצעת בעת ייצור.



היות ואנו מבצעים הזמנה בזמן קבוע בכל מחזור, עלינו להבטיח כי המלאי שנותר יאפשר סיפוק הביקוש (תוך לקיחה בחשבון של חוסר) בזמן השארית.

$$\text{למקרה 1: } r_1 = \tau_r * D - b = (\tau - m * T) * D = \tau * D - m * Q - b$$

$$\text{למקרה 2: } r_2 = [T - \tau_r] * (P - D) - b = \left[ (m + 1) * \frac{Q}{D} - \tau \right] * (P - D) - b$$

כאשר אנו במודל של הזמנה אין ייצור ולכן תמיד השאריך קטנה מזמן הביקוש.

**המשך תרגיל כיתה:**

ד. נתון כי זמן האספקה הינו 3 חודשים. מה נקודת ההזמנה עבור מדיניות סעיף א'?

$$\tau = 3 \text{ חודשים} = \frac{3}{12} \text{ שנים} = 0.25 \text{ שנה}$$

$$0.096 = Q/D (1 - D/P) = t_3 + t_4, b = 150, Q = 1000$$

$$T = Q/D = 1000/7800 = 0.1286 \text{ year}$$

$$m = \left\lfloor \frac{\tau}{T} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{0.25}{0.1286} \right\rfloor = 1$$

$$\tau_r = \tau - m * T = 0.25 - 1 * 0.1286 = 0.1218 > t_3 + t_4 = 0.096$$

$$r_2 = \left[ (m + 1) * \frac{Q}{D} - \tau \right] * (P - D) - b = \left( 2 * \frac{1000}{7800} - 0.25 \right) * (31200 - 7800) - 150 = 0$$

משמע שנקודת הזמנה הנה נקודה בה יש ייצור והמלאי מתאפס.

ה. נתון כי קיים זמן אספקה של 3 חודשים. מהי נק' ההזמנה עבור מדיניות אופטימאלית?

$$Q^*=1736, b^*=196, T=Q/D=0.22256, t_3+t_4=0.166923$$

$$m = \left\lfloor \frac{\tau}{T} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{0.25}{0.2225} \right\rfloor = 1 \quad \text{חישוב השארית:}$$

$$\tau_r = \tau - m * T = 0.25 - 1 * 0.22256 = 0.027 < t_3 + t_4 = 0.096$$

$$r_1 = \tau * D - m * Q - b = 0.25 * 7800 - 1 * 1736 - 196 = 18$$

משמע שבתקופה בה אין ייצור והמלאי יורד ל-18 מחוללים הזמנה.